UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (**LOE**)
Curso **2010-2011**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1 punto) Calcular los límites:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2}{4+e^{-(x+1)}} \qquad \text{y} \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{2}{4+e^{-(x+1)}}.$$

b) (1 punto) Calcular la integral $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+3x^2}\,dx$.

c) (1 punto) Hallar el dominio de definición de la función $f(x)=\sqrt{x^2-9x+14}$. Hallar el conjunto de puntos en los que la función f tiene derivada.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x+3y+z-1=0\,, \qquad \pi_2 \equiv 2x+y-3z-1=0\,,$$

y la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z+2}{2}\,,$$

se pide:

a) (1 punto) El punto o puntos de r que equidistan de π_1 y π_2.
b) (1 punto) El volumen del tetraedro que π_1 forma con los planos coordenados XY, XZ e YZ.
c) (1 punto) La proyección ortogonal de r sobre el plano π_2.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.
Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & a \\ 2 & 0 & -a \\ a+2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dada la matriz

$$M = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} x & \cos x & 0 \\ \cos x & -\operatorname{sen} x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (0,5 puntos) Calcular el determinante de la matriz M.
b) (1 punto) Hallar la matriz M^2.
c) (0,5 puntos) Hallar la matriz M^{25}.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el punto $P(0,1,1)$ y las rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}\,, \qquad s \equiv \left\{ \begin{array}{l} x = 0\,, \\ y = 0\,, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (1'5 puntos) Determinar las coordenadas del punto simétrico de P respecto a r.
b) (1'5 puntos) Determinar la recta que pasa por el punto P, tiene dirección perpendicular a la recta r y corta a la recta s.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 4y & & & = & 4k\,, \\ -k^3x & + & k^2y & + & kz & = & 0\,, \\ x & + & ky & & & = & k^2\,, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo en función del valor del parámetro k.
b) (0'5 puntos) Resolver el sistema para $k=1$.
c) (0'5 puntos) Resolver el sistema para $k=2$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} e^{1/x}, & \text{si } x<0, \\ k, & \text{si } x=0, \\ \dfrac{\cos x - 1}{\operatorname{sen} x}, & \text{si } x>0, \end{array} \right.$$

hallar el valor de k para que f sea continua en $x=0$. Justificar la respuesta.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x) = -\operatorname{sen} x$ y el eje OX entre las abscisas $x=0$ y $x=2\pi$.
b) (1 punto) Hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de $f(x) = -\operatorname{sen} x$ alrededor del eje OX entre las abscisas $x=0$ y $x=2\pi$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.
a) Por el cálculo de cada límite 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Dominio de definición de la función, 0,5 puntos. Conjunto de puntos donde la función es derivable, 0,5 puntos. Nota: tiene que quedar claro que en un caso se incluyen los extremos del intervalo y en el otro no; en caso contrario, no puntuar con más de 0,5 puntos todo el apartado c).

Ejercicio 2.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4.
a) Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.
a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 2.
a) Obtención de los valores críticos $(k = 0), (k = 2)$, 0,5 puntos, repartidos en: Planteamiento, 0'25 puntos. Resolución, 0'25 puntos. Por la discusión de cada uno de los tres casos $(k = 0)$, $(k = 2)$ y $(k \neq 0, k \neq 2)$, 0,5 puntos por caso, repartidos en Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
c) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 3. Por cada límite lateral 0,75 puntos repartidos en Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos. Por la justificación completa de la respuesta 0,5 puntos.

Ejercicio 4.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.